

高等学校数学科課題学習における SRP の生息可能性

竹内 元宏

上越教育大学大学院修士課程2年

1. はじめに

中等教育以降の数学の指導・学習では, カリキュラムに多くの学習内容が定められており, 教師が数学の内容を順々に学習者へ教授する伝達型の授業形態になりがちである. こうした数学の指導・学習の結果, 次の二点が懸念される. 一つは, 学習者はなぜある特定の数学的な知識を学ぶ必要があるのかという知識の存在理由を知らないまま数学学習が進められること. もう一つは, 伝達型の授業形態では, 主体的な活動が十分に実現されないことである.

こうした数学教育の現状は, わが国に限ったことではない. シュバラール氏は, 過去の偉人が創り上げた数学を細分化し, 系統立てて配列したカリキュラムを順々に指導していくという, 一般に広く共有されている教育の考え方を「記念碑主義パラダイム」と呼び, この現状を生じさせていると考える (シュバラール, 2016). そして将来は, 「世界探究パラダイム」と呼ばれるものに代わるのではないかと指摘する. このパラダイムは, 特定の数学的な知識の獲得を目標とするのではなく, 研究や探究活動を通して研究者の態度を養うことを目標とする. 研究者の探究活動がそうであるように, そこでは非常に主体的な活動が期待される. なお, 「世界探究パラダイム」に基づき, その学習活動を定式化したものは, “Study

and Research Path” (以下, SRP) と呼ばれる.

一方, わが国の高等学校数学においても, 数学教育の現状の改善へ向けた方策の一つとして, 課題学習が導入された. 課題学習は生徒の数学への関心意欲を高め, 主体的な学習を促すことを目的としている. しかしながら, 課題学習が主に問題演習になっているとの指摘もある (長崎, 2015)

そこで筆者は, SRP の視点を課題学習に導入することにより, 数学を必要に応じて学ぶという存在理由を伴った数学の学習と研究者の主体的な探究を通じた学習が可能になるのではないかと考えた. この課題意識に基づき, 高等学校数学科の課題学習において SRP の視点を取り入れた授業を実践し, これまでの課題学習における課題がどの程度改善できるのか, また, 課題学習という現行のカリキュラムで規定された学習の中でどのような SRP がどの程度実現可能なのか検討することとした.

なお, 本研究の成果は筆者の修士論文にまとめられている. 本稿はその要点をまとめたものである. 詳細は, 修士論文を参照されたい.

2. SRP について

SRP は世界探究パラダイムに基づいた探究活動を定式化したものである. その活動は, 研究者が知識を生み出すような探究の過程をモ

デルとする。その活動は次のような過程を経るとされる。

まず、SRP は、数多くの問いを生み出し、より多くの知識に出会えるような「生成的な強い力を持った問い Q_0 」から始まる。この問いは学習者に提示、あるいは、学習者自身が持った疑問などから学習が始まる。この時の SRP において満たさなければならない条件として、3つの合法性が指摘されている。①数学的合法性：学習される数学的知識が、核心をついた内容である。②社会的合法性：数学や学校を超え、社会や世界と関連した内容である。③機能的合法性：数学的関心や他の学問的関心に基づく新たな探究へと広がりを見せる内容である（濱中ほか、2016）。

次に SRP では、 Q_0 に対して回答を作り上げるために、資料を調べ必要な情報を自ら見つけてくるという過程を前提とする（宮川ほか、2016）。これまでの一般的な授業では、情報の獲得は、教科書や教師が配るプリント、課題、記憶などに限定されることが多く、それ以外の図書館の資料やインターネットを利用することはできなかった。しかし、SRP では、これまでの授業では扱われてこなかったインターネットをも含め、活用できるものはなんでも用いて良いことを前提とする。こうした資料は「メディア」と呼ばれ、そして学習者は、メディアから情報（他者による回答、データ、種々の概念など）を得てきて、それらを「ミリュー」に組み込み、ミリューとの相互作用により自らの回答を作り上げていくとされる。こうした学習の仕組みは「メディア・ミリューの往還 (media-milieu dialectic)」と呼ばれる。

また、一般的には、 Q_0 に答えようとするれば、様々な新たな問いが生まれてくるのが自然である。メディアから情報を得ても同様である。

そして、それらに取り組み、場合によっては、いくつかの問いに回答もしくは部分的な回答が得られたりする。場合によっては脱線し思いもしなかった方向に研究が進むこともある。SRP は、そうした問いの広がりをも考慮に入れ、こうした過程を繰り返すことで、探究が深まっていくと考える。こうした過程は、図1のような樹形構造で定式化される。

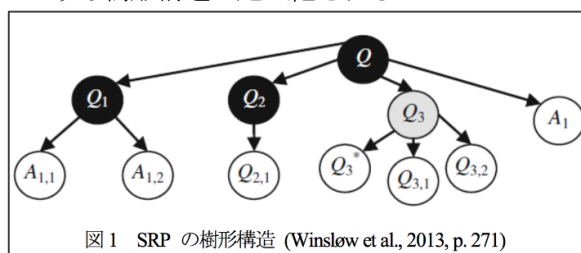


図1 SRP の樹形構造 (Winslow et al., 2013, p. 271)

3. 課題学習とSRP

SRP と課題学習との比較を行う。そこから実践レベルでのSRPの導入可能性を検討する。ここではSRPと「問い」を軸とした数学学習を比較した宮川（2017）を参考に思想・理念のレベル、学習活動レベルで比較検討する。

(1) 思想・理念レベルの比較

双方の指導・学習のねらいはどのような能力の育成であるのか検討する。

課題学習のねらいは、生徒の主体的な学習を促し、数学のよさを確認できるようにすることである。このねらいは、課題学習導入の背景にあった、問題解決力の育成や主体性を伸ばすといった社会的要請に対応している。また、これまで数学教育は教えられるべき内容を重視した結果、学ばれる知識の必要性や数学のよさを十分認識できないことが多かった。その反省として、課題学習では、数学的な知識・技能の習熟よりも、生徒たちの数学の学習に対する興味・関心や創造力、活用力の育成をねらいとしている（古藤、1989）。課題学習のねらいを教授パラダイムの視点から考察すると、これまでの通常の授業では記念主義パラ

ダイムに代表される、学習されるべき知識を重視したカリキュラムによって内容ベースの学習がなされていた。結果、学習に対する主体性や数学への興味関心を育むことができなかった。その反省として、課題学習を導入し、それらの態度や能力を身につけるねらいがある。課題学習は学習指導要領に設けられた活動の一つの枠組みであるため、カリキュラムに沿った記念碑主義の文脈にあると考えられるが、そのねらいはこれまでの数学教育への反省となっている。

一方、世界探究パラダイムのねらいは、探究者の態度の育成である。その態度とは未解決の問いに出会っても、臆することなく取り組み、必要であれば新しい知識をも学習し、解決を目指す前向きな態度である（宮川、2017）。

ここで、課題学習と世界探究パラダイムのねらいを比較すると、前者では、学習に対する主体性と数学に対する興味・関心を育むことが、後者では、探究者の態度の育成が目指されている。課題学習のねらいはやや学校教育における教科の範疇が想定されたものとなっており、世界探究パラダイムでは、教科に限らず、人間の問いや知識との関わり方から規定されている。両者の類似点として、教授パラダイムの視点では互いに記念碑主義的な教育からの脱却が想定されると考えられる。課題学習は、カリキュラムに沿った数学教育の中にある一つの枠組みとして導入され、記念碑主義的な内容重視の授業では育成できなかった主体性や数学のよさを身につけることを目的とし、世界探究パラダイムでは、記念碑主義のようにカリキュラムを取らず、問いへの解決という目的のもと知識を学習することで知識の必要性を担保した学習を行うことができるであろう。また、課題学習のねらいである、主体的

な学習は、世界探究パラダイムの目指す探究者の態度において期待されるものである。探究者にとって回答とは、誰かに教えてもらうものではなく、自ら導くものである。そのため、主体的に活動することは前提となろう。

(2) 学習活動レベルの比較

学習活動においてもいくつかの相違点が考えられる。課題学習の課題設定には各領域を総合し、日常の事象や他教科の内容と関わる課題が設定される。各領域の総合に関しては既習の内容があり、日常の事象などの内容に関しても、数学的な内容が盛り込まれる。この課題に対して既習の知識・技能を用い解決を目指す。また、課題学習の題材として新しい内容や考え方があった場合は教師が説明する必要性も出てくると考えられる。課題学習では、これまでの学習が基盤になっていること、新しい知識の獲得には教師の存在が発生してしまうという特徴がある。この点、SRPの活動では、利用できるものが限られた中で活動するのではなく、インターネットなどのメディアの利用を前提とするため、探究に応じた新しい知識の獲得が想定される。もちろん、その際、教師がサポートをすることも考えられるが、教師がすべて指導する必要はない。また、新たに学習される知識は、問いに回答を求めるといった目的のもと、必要性が生じたもののみであることもSRPの特徴である。一方、課題学習でも、日常の事象など特定の数学的内容が必要となる場面設定がしばしばなされる。しかし、SRPと大きく異なる点は、その場面が既習の内容のよさが感得できる場面であり、新たな内容が必要となる場面ではないことである。

4. 教授実験

本研究では、高等学校数学科の課題学習へ。

の SRP の導入可能性を探るため、課題学習でしばしば用いられる題材を用いて、課題学習の時間等の制約の中で、SRP の視点を採用した学習活動を実践した。

(1) 問いの設定

次の Q_0 を最初の問いとして設定した。

Q_0 : 「黄金比は数学的に美しいのか？」

黄金比はなぜ美しいと言われているのだろうか？という問いはいたって素朴であり、明確な回答がないものである。ただし、単に「なぜ美しいのか」という問いであれば、美学的な方向に進み、数学的な要素の探究にはいかないう可能性もある。そのため、「数学的」という語を加えた。よく知られているように、その背景には数学的な要素が多く隠されており、数学的に美しい理由を考えるために、黄金比についての様々な数学的性質をまず知る必要が生じると考えた。その結果、SRP の Q_0 としての機能を果たすと期待した。

(2) 教授実験の概要

授業は、公立高等学校第 1 学年の 1 クラス、22 名を対象に全 2 コマ (1 コマ 50 分) で実践した。2 コマが課題学習に使える最大の時間であった。1 グループ 2~3 人のグループを 8 班作り、各班にインターネットにつながるパソコンを 1 台用意した。また、これら以外に生徒のワークシートもデータとして収集した。

第 1 時は、導入として、黄金比についてパワーポイントを用い具体的な黄金比となっているとされるものなどを説明した。そして、黄金比は美しいとされていることを紹介し、なぜ、黄金比は美しいとされているのか問題意識を持たせ、これから行う探究活動でのインターネットの利用や、探究の成果を最後に発表することなど、授業の説明を行った。また、これまでの授業とは異なり、明確な回答がないこ

とや、教師も回答を知らないことなどを説明し、探究活動として、自ら回答を導くことを強調した。教師は各グループの探究活動中は生徒からの質問へ対応するとともに、探究に対する助言を必要に応じて行った。

第 2 時は、授業、後半での探究の成果の発表について説明するとともに、教師が発表を模擬的に実演した。学習者が探究したはじめの問いとは異なった、簡易な問いを用意し、はじめの問いからどのような問いが新たに発生し、それに関連した情報をメディアからどのように獲得したかなど、どのような活動の変遷から回答を導いたのか活動の過程がわかるような発表を演じた。残りの発表までの時間は各班での探究と発表に向けた準備にあてた。

(3) 実験データの分析

データの分析として、A グループを抽出する。この A グループは、生徒間での意見のやり取りが、比較的良好に見られたため教授実験での活動がどのようなものだったのか、明らかにできると考えた。

なお、データの分析として 2 つの視点を設ける。1 つは探究活動における問い・回答の往還である。学習者が探究活動における Q_0 への回答を作り上げる過程でどのような問いが発生したのかを分析する。2 つ目はメディア・ミリュウの往還である。SRP の探究活動では、インターネットなどのメディアから得られた既存の回答 A^0 や様々な情報・データ D を自ら理解・吟味し用いることで、自らの回答を作り上げていく。メディアからいかなる既存の回答や情報を得たのか、その要素を明らかにするとともに、それらをミリュウの一部として含み、ミリュウといかに相互作用していたのかを明らかにすることにより、どのような学習が実現さ

れていたのか記述する。

A 班の活動の中心となった主な問いは以下である (図 2)。

- Q_1 : 美しい建造物の比率は黄金比になっているのか?
 Q_{1-12} : サグラダファミリアが黄金比に沿って拡大しているとは何か?
 Q_5 : 数学的に美しいとは何か?
 Q_{5-1} : 黄金長方形に現れる渦巻きとはどういうことか? また、どう関係するのか?
 Q_{5-3} : 美しいものは自然と黄金比になるのか?
 Q_6 : 美しい造形物は黄金比が使われているが、黄金螺旋はどう関係しているのか?
 Q_7 : 黄金比とは何か?
 Q_{7-1} : フィボナッチ数列とは何か?
 Q_{7-1-1} : フィボナッチ数列と黄金比の関係は何か?
 Q_8 : 黄金比を用いた美しい芸術作品が作られるのか?美しく作ろうとした結果が黄金比になるのか?

図 2 : A グループの主な問い

A 班の活動を「問い・回答の往還」と「メディア・ミリューの往還」の視点から分析する。

① 問い・回答の往還

A グループでは、「 Q_1 : 美しい建造物の比率は黄金比になっているのか?」という問いから活動がはじまった。建造物の中でも、サグラダファミリアに黄金比が使われているという情報を得た。これは Q_1 に対する具体的な 1 つの回答であり、 A_1 となったであろう。そこからサグラダファミリアの比率の詳細を探究していた。また、メディアから得た「サグラダファミリアが黄金比に沿って内側から外側へ拡大している」という情報に着目し、 Q_{1-12} である黄金比に沿って内側から拡大するとはどのようなことかという問いが発生した。

授業後半になると発表を意識し、はじめの問いに答えられるよう黄金比の美しさについて調べており、 Q_0 自体に対する既存の回答 A^\diamond を求めていたと言える。しかし、メディアからは明確な回答が得られないものの、活動の中で、この班は黄金長方形に現れる渦巻きや、フィボナッチ数列について着目し、考察していた。

活動の中では多くの問いの発生は見られたが、それら全てに対する回答を必ずしも得ていたとは言えなかった。

② メディア・ミリューの往還

美しい建造物からサグラダファミリアに用いられているとされる黄金比について、 Q_1 から Q_{1-12} までメディアの情報を元に探究がなされている。ここでは、前述のように、美しい建造物の比率は黄金比になっているのかという問いから、黄金比に沿って拡大するとはどのようなことかという問いが発生してきていたが、この問いに対する既存の回答 A^\diamond はなかった。後の探究の中では、このグループは、黄金螺旋に沿って拡大しているのはいかと予想していた。しかし、それ以降の問いからはメディア・ミリューの往還が起る場面が少なかった。 Q_5 は、 Q_0 への既存の回答 A^\diamond を求めるような問いであり、閲覧していたウェブページも A^\diamond になりうる情報が記載されていた。

しかし、学習者はこのウェブページの内容を深く理解することなく回答に関わるミリューの形成につながるような探究は起きていなかった。ウェブページの内容としては、これまで学ばれてこなかった黄金比の数学的な内容が記載され、それが黄金比の美しさにつながるのはいかといった事柄が書かれている。ここでは、記載されている数学的な内容を理解するためのミリューとの相互作用が少なく、メディアを閲覧するだけに止まっていた。活動では多くの問いが発生し、その回答を求めるためメディアから情報を求める活動は見られたものの具体的な回答を得ることは多くなかった。そのため、問いの発生、メディアの参照は発生した

ものの、回答につながるだけのミリュウの形成がなされたとは言えなかった。

5. 追加調査について

今回行なった教授実験ではメディアからの情報を理解する過程で発生した問いも多数あり、はじめの問いである Q_0 ないしは、それに関わる問いの回答を導くために解決しなければならぬ問いが多くあった。そのため、新たな数学的な知識に出会い、その理解に努める活動や Q_0 への最終的な回答を作り上げるという活動に終始仕切れていなかった。

このように課題学習では限られた時間をはじめとした授業実践における制約や数学的な知識の獲得の側面から、課題学習における SRP のはじめの問いについて検討する必要性があると実践から考えられた。そこで、その検討として以下の問いでは、どのような活動が起きるのか大学院生 2 名を対象に行った追加調査を考察した。

Q_0 : 黄金比, 下 20 桁を手計算で求める。どんな方法があり、どうやれば早く求められるか?

(1) 調査の概要

調査で発生した主な問いは以下である (図 3)。

- Q_1 : 黄金比とは何か?
 Q_2 : $\sqrt{5}$ の近似値を求める方法はあるか?
 Q_{21} : 平方根の近似値の求める方法はあるか?
 Q_{22} : $\sqrt{5}$ を求めるよりも速く黄金数を求める方法はないか?
 Q_3 : 黄金数の近似値を求める方法はあるか?
 Q_4 : 連分数表示を用いて黄金数の近似値を求めることはできないか?
 Q_5 : 二次方程式 $x^2 - x - 1 = 0$ を用いて黄金数の近似値を求めることはできるか?
 Q_6 : フィボナッチ数を用いて黄金数の近似値を求めることはできるか?

図 3 : 調査での主な問い

まず、学習者は黄金比について、調べていた。近似値 1:1.618... や、線分を a, b の長さで 2 つに分割するとき、 $a:b=b:(a+b)$ が成り立つように分割した比 $a:b$ のことであ

り、最も美しい比とされるなど黄金比の定義やそれに関わる数学的な表し方を把握していた。ここでは連分数展開やフィボナッチ数列なども把握していた。次に黄金比の近似値の求め方をメディアを用いて探していた。そこでは、「フィボナッチ数列」、「連分数」、「小数の二乗によるはさみうちの方法」、「開平方」、「ヘロンの方法」、「ニュートン法」の 6 つの方法があることが分かった。そして、最終的な回答として、「ヘロンの方法」が最適であると結論づけた。また、発表資料では以下の説明をしている (図 4)。

6) ヘロンの方法
 [ヘロンの方法とは]
 2つの正の数 a, b について、算術平均、幾何平均、調和平均をそれぞれ
 $A(a, b) = \frac{a+b}{2}$, $G(a, b) = \sqrt{ab}$, $H(a, b) = \frac{1}{\frac{1}{2}(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})} = \frac{2ab}{a+b}$
 とすると、 $H(a, b) < G(a, b) < A(a, b)$ が成り立つ。
 $ab = \frac{5}{4}$ になるように a, b を定めると、 $G(a, b) = \sqrt{\frac{5}{4}}$
 $H(a, b) = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2}{a+b} \times ab = \frac{5}{4A}$
 $a > \sqrt{\frac{5}{4}}$ とすると $ab = \frac{5}{4}$ より、 $b = \frac{5}{4a} < \sqrt{\frac{5}{4}}$
 よって、 $A(a, b) = \frac{a+b}{2} < \frac{2a}{2} = a$
 よって、 $H(a, b) = \frac{5}{4A} > \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = b$
 ゆえに、 $b < H(a, b) < \sqrt{\frac{5}{4}} < A(a, b) < a$
 これを利用して、次の結果となった。始めに置いた a, b は上記の条件を満たす任意の数を置いた。
 $H(a, b) < \sqrt{\frac{5}{4}} < A(a, b)$ となるので、 A, H の結果を小数で表した数の共通範囲が有効数字となる。

図 4 : 発表資料による「ヘロンの方法」の解説

(2) 追加調査から

追加調査で発生した問いの多くは、数学的な内容が多く、学習者もそれらの知識に対して探究の中で、理解し、自らの回答を導くことができていた。これは「黄金比」とい同じ題材であっても、問いの違いによって SRP の活動が大きく左右されるということを示している。

6. 考察

(1) SRP を実施する上での問い

本研究では、SRP を高等学校数学科課題学習に取り入れることを検討し、課題学習で取り扱えるであろう問いを設定し教授実験をお

こなった。教授実験では、学習者は多くの問いが発生し、メディアを通して黄金比の数学的な側面に触れることはできていた。しかし、SRP の目標とする研究者の態度といった、全身認知的な活動はわずかであったと言える。そのような要因として、問いの性質が関係しているのではないかと考え、追加調査を行った結果、教授実験では見られなかった。多くの数学的な探究が見られた。これらから、SRP を実施する上での問いについて考察する。

教授実験と追加調査における問いにはいくつかの違いがある。1つは数学的な内容に関わる問いが探究の中心に置かれているかということである。教授実験の問いは、黄金比の数学的な美しさという問いであった。この問いは数学的な問いであるとともに、学習者にとっては、美しさとは何かといった、数学的な内容とは別の問いでもあった。そのため、様々な観点から活動が行われ、学習者はその結びつきを納得を持って理解できなかった部分があった。それに比べ追加調査の問いでは、問いとしてやや数学的な内容に閉じられた問いではあったが、はじめの問いに対する知識が少なくても、学習者が目指す回答が想定しやすかったと考えられる。これは、問いをどのように答えればよいかといった目的づけられ方が学習者にとって判断しやすかったと考える。また、学習者はどのような情報が回答のために必要なか判断しやすかったと考える。これは2つの事例の大きな違いである。教授実験では、メディアから得られる情報の正誤性や回答につながる情報の判断がつきにくく、メディア・ミリューの往還が少なかったのに対し、追加調査ではメディアにある情報を吟味し、数学的な内容を理解するといったメディア・ミリューの往還からも示されると考え

る。SRP を実施する上で、学校現場という教室の中の条件で行うには、問いの目的づけられ方にも着目する必要がある。

(2) 課題学習における SRP の生息可能性

データの分析では、問いの変遷に応じて、異なった情報や回答をメディアから得て、場合によってはメディア・ミリューの往還が起こり、学習者が理解を深める場面があった。一方で、 Q_0 に対する回答に迫るようなメディアを閲覧しているにも関わらず、探究が深まらず、既存の回答 A^0 への理解にも向かわなかった場面も多く見られた。換言すれば、メディアとの相互作用からミリューへの相互作用に進まなかったことが少なくなかった。以下では、このことについて考察し、高等学校数学科課題学習における SRP の生息可能性を議論したい。

まず、学習者の難しいと感じるメディアからの情報に対しては深く追究しようとはしない。その要因はいくつか考えられる。考えられる要因は、メディアから得られた内容が難しかったからというものである。今回のテーマとしている黄金比は学習者にとってはじめて学ばれるものがある。また、黄金比は数学的な内容のものから、学習者に身近で親しみやすいものなど書かれる内容の理解しやすさに大きな幅があった。また、メディアに書かれている内容は個人的なブログなどであっても、読まれることを前提として作成されているため、整理され、簡潔に書かれている。すなわち、脱個人化されており、文脈も今回の生徒たちの文脈とは異なる文脈であったため、メディアからの情報を受け入れることを難しくしていたと考えられる。

しかしながら、研究者の探究において、メディアを参照した際にすぐに理解できるものば

かりが得られることはない。むしろ、わからないことであってもそれを理解しようと努力し探究を進めることが、研究者の態度であろう。そのため、内容の難しさは SRP において避けることのできないものであり、深い探究が生じなかった理由にはできない。また一般に、探究の最初の段階ではどれが回答に結びつくのかわからないため、様々な情報にあたることが多く、深く追求することは少ない。今回の実験では、様々な情報にあたる活動はあったが、そのあとに、それらをミリューとし相互作用する活動に進まなかったのである。その要因を考察する必要がある。一つの要因は、時間の制約である。すなわち、2時間の探究時間では、メディアとの相互作用が主であり、ミリューとの相互作用するまでの余裕がなかったということである。さらに、6. (1) で述べた通り問いの性質も考慮すべき点であった。

課題学習における、数学的な知識の獲得と限られた時間という制約を克服しうる Q_0 の開発の困難性がここにあると考えられた。

また、学習者のメディアから回答を求めようとする態度もより深い探究を妨げていたと考える。学習者がこれまでに数学で経験してきた活動では、常に解答があり、それは基本的によく知られたものであった。さらに、メディアにある情報を探した経験はあっても、調べた情報をまとめれば回答になるような、いわゆる調べ学習のような活動が少なくない。こうした経験を背景とする学習者においては、メディアとの相互作用を主とする活動に終始してしまうのも致し方ないところもある。その一方で、SRP はまさにそうした態度を克服し、研究者のもつさらに深く探究する態度の育成を目指している。そのため、メディアから回答を求めようとする態度をもっている学習

者であっても、メディアから得たものをさらに深めるというミリューとの相互作用が生じるような工夫が重要になる。

7. おわりに

本研究では、課題学習での SRP 実施における条件と制約を明らかにした。また、SRP 実施における新たな課題もあり、さらなる研究が必要であると考ええる。

引用・参考文献

- シュバルール (2016). 大滝孝治・宮川健訳.《翻訳》明日の社会における数学指導—来たるべきカウンターパラダイムの弁護—. 上越教育大学数学教育研究, 31, 73-87
- 古藤怜(1989).「課題学習について」. 上越数学教育研究, 第4号, pp.1-10.
- 長崎栄三(2015).「高等学校の数学教科書における課題学習の分析」. 秋期研究大会発表録.『日本数学教育学会』, 第48巻, pp.27-30.
- 濱中裕明・大滝孝治・宮川健 (2016). 世界探究パラダイムに基づく SRP における論証活動 (2) —電卓を用いた実践を通して—. 全国数学教育学会誌数学教育学研究, 22(2), 59-72.
- 宮川健・濱中裕明・大滝孝治 (2016). 世界探究パラダイムに基づく SRP における論証活動 (1) —理論的考察を通して—. 全国数学教育学会誌数学教育学研究, 22(2), 25-36.
- 宮川健 (2017).「世界探究パラダイムに基づいた SRP と「問い」を軸とした数学学習」. 日本数学教育学会 第5回春期研究大会論文集, pp.173-180.
- Winslow, C., Matheron, Y.&Mercier, A. (2013).Study and research courses as an epistemological model for didactic. *Educational Studies in Mathematics*, vol.83, no.2, pp.267-284.